Background:

In A song of Ice and Fire by R.T.Martin, Deanerys Targaryen keeps three dragons. The dragon keeps growth throughout their life time, but their growth depend on natural conditions, like climate, food supply quantity.

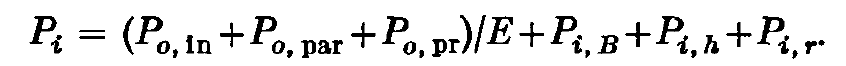
Our work:

Our model tries to describe dragon’s growth in several different conditions from arid regions to arctic regions. It consist of mainly three parts.

First, we state several basic assumptions to build a model to describe dragon’s daily energy consumption. Second, we build the connection between local ecology and dragon’s consumption. Finally, we will discuss the dragon’s weight and behavior change in different environment, and we reach the conclusions about how some key variables affect dragons weight.

Power for fly

In the article “Bird Metabolism During Flight : Evaluation of a Theory”. Vance A. Tucker provide theoretical formula to describe bird’ power consumption during flight.



 is the total energy consumption

Subscript symbols















Some of its solutions can be described approximately by means of equations that are quickly soluble with a slide rule. The author used least-square fitting techniques to derive the following approximate equation.

For minimum cost of transport,



V is the velocity

Considering that dragon’s flight is similar to bird’s. it is reasonable to calculate dragon’s energy consumption with bird’s equation.

@article{tucker1973bird,

title={Bird metabolism during flight: evaluation of a theory},

author={Tucker, Vance A},

journal={Journal of experimental biology},

volume={58},

number={3},

pages={689--709},

year={1973},

publisher={The Company of Biologists Ltd}

}

Fire breathing

Considering the fire breathing is not real. It is hard to analyze with usual methods. We use dimensional method to analyze the relationship between dragon’s weight and the total energy of each fire breathing.

Assumptions:

each fire has the same energy flux density (µ).

fire-breathing time is fixed (t)

the energy of each fire breathing depends on the area of dragon’s throat

According to US TV series, a newborn dragon can use fire to cook meat. Suppose the meat is 100 gram, contains 60 present of water. A fully cooked meat lost 33.3 present of water and the whole temperature of the meat raised from 20℃ to 100℃. Suppose one fire breath last for a second and the newborn dragon weighs 10 kilograms.

According to equation (9),

kΡμ =E/(W\*t)

kΡμ =(E(water)+E(protine and fat) )/(W\*t) = 32.233kJ/m^2

2.44\*10^3 J/(℃\*g) \*20g +4.19J/cal \*60g \*80℃ + 2.33J/(℃\*g) \*80℃ \*40g（计算过程酌情放置）

@article{schmidt1989properties,

title={Properties of water and steam in SI-units. 4},

author={Schmidt, Ernst and Grigull, Ulrich},

year={1989}

}

S

Weakness ( fly model)

As stated before, the flight model comes from birds’ theoretical model. However, it is not accurate for dragon for the following reasons.

The equation of flight energy is different for different size of birds. Dragons are much bigger than any kind of birds. Existing theories are unable to predict the energy consumption of dragon-sized flying animals.

我们认为，因为龙的体重增长是不会停止的，也就是说，在无限资源的情况下，龙的体型和重量将会不受限制的增长，为了研究这个模型，我们类比了另一个相似的情景，也就是生态系统中一个种群的数量增长模型。“龙妈”只有三只龙，但是随着龙的体型越来越大。它的代谢和运动能量消耗也越来越大。我们从热力学第一定律出发，构建一个龙和生态系统之间的能量流动模型。

简单的种群增长模型：记初始年的种群数量为x0， k年后为xk。年增长率为r，假设每年种群个体的增长率不变则有公式。假设x（t）是连续可微的函数，所以可以得出

由此可以建立微分方程

这个微分方程的解为xxxxxxx

图像为xxxxxxx

但是，大多数的生物种群都不能无限制的增长下去，而是存在一个种群数量的最大值。Logistic模型就反应了这种关系。

一个种群的增长模型可以写为。假设r是x的线性函数，则有关系。

进一步分析可得

所以可得

假设在生态系统的primary consumer 是龙的主要食物来源，可以看做存在于primary consumer种群中的能量流入了龙的身体。

刚才说过，一个种群的数量可以表示为，我们假设primary consumer的个体差异不大，所以种群数量与种群总能量成正比。（后面的公式里面x都表达能量，x2表达龙的能量）

可以写为N1位种群最大数

捕食者的存在使得primary consumer的能量公式需要改变，根据（数学生态学模型与研究方法），种群的能量公式为

其中，r1为种群的初始增长率， 反应了捕食者的效率。N2是龙在这个生态系统里的最大能量

相同的，假设捕食者在食物充足的情况下，年增长率也是不变的，根据（数学生态学模型与研究方法），捕食者的能量公式为

其中，r2为捕食者能量的初始增长率，是一级消费者躲避捕食的能力。

由于龙的体重增长不会受到自身的限制，所以要去掉式子中限制能量的长的项，所以龙的能量增长模型为

首先我们假设，龙的食物是人来提供的，所以食物的来源会受到区域大小（“龙妈的统治区域大小”）的限制，所以龙所影响的生态环境区域是有限的，在有限区域内的生态系统能量总量也是有限的。

由于龙的日常活动，如爬行，飞行，喷火等需要能量

根据A = P + R

龙的同化量P = A – R

（这里写出主要公式）

只要限定其中的参数r1，r2，，和N1，N2.就可以画出关系图

图1

这张图反应了龙与生态系统的能量变化图

从图中我们可以看出，由于生态系统的能量大，恢复能力强，而且龙的捕食能力较弱，所以没有对生态系统造成很大的影响

下面我们来增大。

图2

这张图中，龙的能量快速增加，而生态系统的能量迅速减小，最后全部趋向0，说明龙的存在短时间内毁灭了当地生态系统。

在进一步的研究中，我们发现，由于参数较多，而且参数之间的相关关系不明显，很难找到能使模型合理的参数，不利与进一步的讨论，所以我们提出了一个简化的生态模型

模型二：

在第二模型中，我们将增加一些合理的假设，减少待定参数的引入，建立一个简洁的数学模型。

首先我们假设，龙的食物是人来提供的，所以食物的来源会受到区域大小（“龙妈的统治区域大小”）的限制，所以龙所影响的生态环境区域是有限的，生态系统的总能量也是有限的。

我们又假设，由于龙是受到人的管理的，所以人会避免龙对当地生态环境造成毁灭性的破坏。所以，龙的能量增长是受到环境的影响的。假设，龙的增长率与自身的体重成线性关系，那么，龙的能量增长就符合logistic的增长趋势。

此时，龙的能量可以由式子来衡量

和之前的一样你，龙的吸收量，通化量与代谢量之间的关系为

A = P + R

其中的A由生态系统决定。

假设龙在一个地区的食物摄入量=系数 \* 地区面积 \* 一级消费者生物量密度

就想我们之前所说的那样，R是一个和重量相关的函数，同时我们发现，当龙的重量达到最大的时候，根据A = P + R，此时的同化量变为0，也就是说A = R，此时的质量对应的是最大质量。

这样我们就建立了一个简洁的，生态系统能量和龙的体重变化之间的动态关系。

从以上的论述中我们知道，当我们改变限制区域的大小和生物量密度时，龙的体重就会随之而改变。根据题目中的条件：“龙在出生一年后体重增长了30-40公斤”，我们带入时间时间和体重的数据，得出了r的具体值

根据估算（Energy flow through the marine ecosystem of the Lancaster Sound region, arctic Canada），我们认为，在北极地区的龙只能维持15吨的重量（上图）

@article{welch1992energy,

title={Energy flow through the marine ecosystem of the Lancaster Sound region, arctic Canada},

author={Welch, Harold E and Bergmann, Martin A and Siferd, Timothy D and Martin, Kathleen A and Curtis, Martin F and Crawford, Richard E and Conover, Robert J and Hop, Haakon},

journal={Arctic},

pages={343--357},

year={1992},

publisher={JSTOR}

}

而在自然环境更好的地方则可以维持更多的体重。

根据小说和电视剧，龙具有长距离迁徙的能力，所以我们根据第二个模型讨论了龙在长距离迁徙时体重的变化规律。

假设龙在不进食的情况下通过飞行的方式迁徙，模拟结果如下

图一（飞行24小时）

可以看到，龙的能量消耗非常快，根据模拟结果，龙的总能量在一天内下降到了0，着很明显是不可能的，所以龙不具备长途迁徙的能力，下面是我们的模拟结果

图（2，3，4，5。。。。）

可以看到，龙不能连续的迁徙，着显然不符合小说中的描述。

Abstract

In the fictional television series Game of Thrones, based on the series of fantasy novels A Song of Ice and Fire, the “Mother of dragons” owns three dragons. These dragons are invincible and nearly impossible to be hurt. ss

We provide a detailed analysis of dragon’s activity and interaction with ecosystem. We start building models of dragon’s energy consuming to describe its daily activities.

We use existed activity models to reasonably predict dragon’s energy consumption. Firstly, we use mammals’ metabolism model to describe dragon’s metabolism. After that, we build dragon’s flight model depending on bird’s flight mechanism. Considering the abundance of research on creeper’s walking mechanism, we use creeper’s walking model to describe dragon’s energy consumption for walk.

We use dimensional method to estimate the power of fire breath

We create models to predict the pressure from dragons on ecosystem and community and find out that dragons have huge impact on local ecosystem,

We create a model to describe the relationship among the energy assimilated by the dragon, the energy for growth and the energy for other daily activities.

We use 2D modeling technique and logistic model to simulate dragon’s growth model in different temperature and region and provide some rules between the variables.

Our further discussion focused on the dynamic change of dragon’s weight in different temperature and different bio system.

@book{陈兰荪1988数学生态学模型与硏究方法,

title={数学生态学模型与硏究方法},

author={陈兰荪 and 宋新宇 and 陆征一},

year={1988},

publisher={科学出版社}

}